



ECRITURE D'UN RESULTAT - INCERTITUDES

Outils mathématiques

Exercice 1 : Analyse des résultats du TP01

Lors du TP durant lequel vous avez dû préparer par dissolution une solution aqueuse de permanganate de potassium dont la concentration en masse est de $C_m = 0,25$ g/L, l'absorbance mesurée pour les 38 groupes est donnée dans le tableau ci-dessous :

Groupe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Absorbance A (sans unité)	2,46	2,60	3,25	2,53	3,19	2,27	2,91	2,12	2,76	2,28	2,15	2,11	3,33	2,04	3,22	2,15	3,16	2,95	2,21
Groupe	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
Absorbance A (sans unité)	4,00	2,57	2,82	2,55	3,87	2,64	3,32	2,81	3,45	2,70	2,55	3,36	3,00	3,17	2,71	3,70	3,10	3,73	2,07

DOCUMENT 1 : REALISER UN HISTOGRAMME

Un **histogramme** est une représentation graphique en colonnes jointives, avec en abscisses une échelle des valeurs représentées, et en ordonnée le nombre de valeurs concernées (effectif).

Ci-contre, on peut voir que 300 employés de la société ABC ont un salaire situé entre 10 et 20 mille dollars.

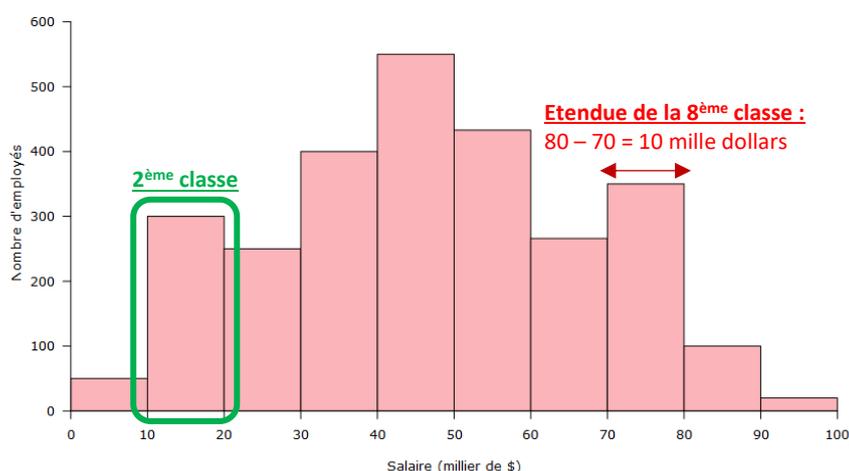
Quelques définitions :

Sur cet histogramme, 10 **classes** sont représentées et chaque classe a une **étendue** de 10 mille dollars.

Exemples : classes 0-10, 10-20, ...

Cette étendue doit être soigneusement choisie pour avoir un histogramme qui soit utile à l'analyse des données.

Distribution des salaires des employés de la société ABC



DOCUMENT 2 : INCERTITUDES DE TYPE A (CAS D'UNE SERIE DE « N » MESURES)

Dans le cas d'une série de mesures, les mesures seront dispersées autour d'une valeur moyenne \bar{x} . L'écart type expérimental d'une mesure σ_{N-1} (ou S_{exp}) donne une idée de cette dispersion et peut être calculé avec la relation suivante :

$$\sigma_{N-1} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

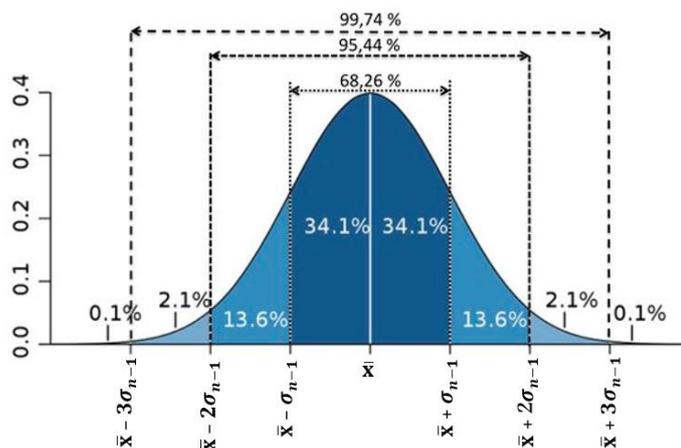
où : $\begin{cases} N : \text{nombre de mesures} \\ x_i : i\text{ème valeur avec } 1 < i < N \\ \bar{x} : \text{moyenne des } N \text{ valeurs} \end{cases}$

Pour une loi normale, 68,26% des mesures sont comprises entre $\bar{x} - \sigma_{N-1}$ et $\bar{x} + \sigma_{N-1}$, 95,44% des mesures sont comprises entre $\bar{x} - 2\sigma_{N-1}$ et $\bar{x} + 2\sigma_{N-1}$ et 99,74% des mesures sont comprises entre $\bar{x} - 3\sigma_{N-1}$ et $\bar{x} + 3\sigma_{N-1}$.

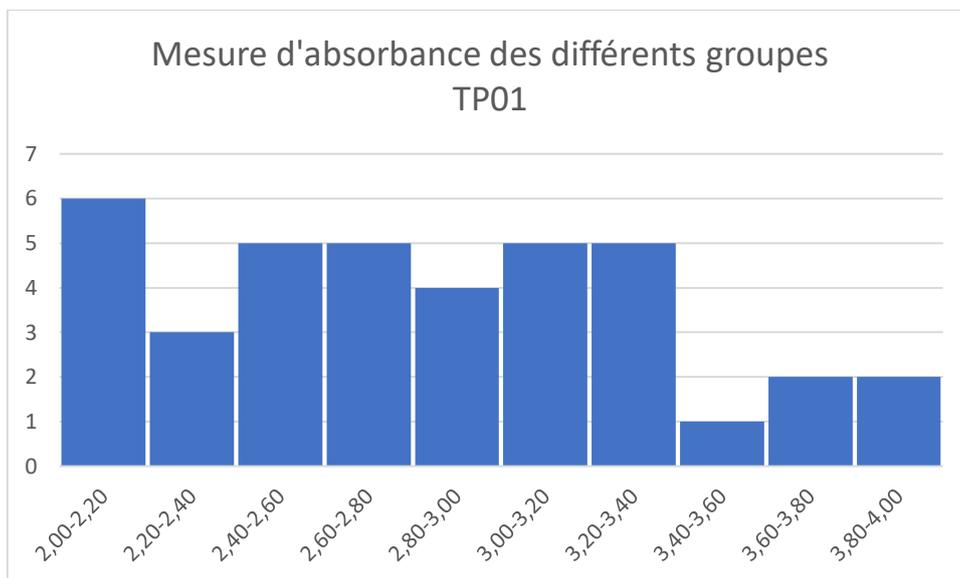
On définit l'**incertitude type** $u(x)$: $u(x) = \frac{\sigma_{N-1}}{\sqrt{N}}$

De même, on définit l'**incertitude élargie** $U(x)$: $U(x) = k \cdot u(x) = k \cdot \frac{\sigma_{N-1}}{\sqrt{N}}$ avec $k=1$, $k=2$ ou $k=3$ selon l'intervalle de confiance choisi (68%, 95% ou 99%)

Le **résultat** s'écrit alors : $x = \bar{x} \pm U(x)$



1. Etablissez un histogramme avec l'absorbance en abscisse et l'effectif en ordonnée et en choisissant une étendue de 0,20 par classe (ex : il y a 6 mesures comprises dans l'intervalle 2,00-2,20).

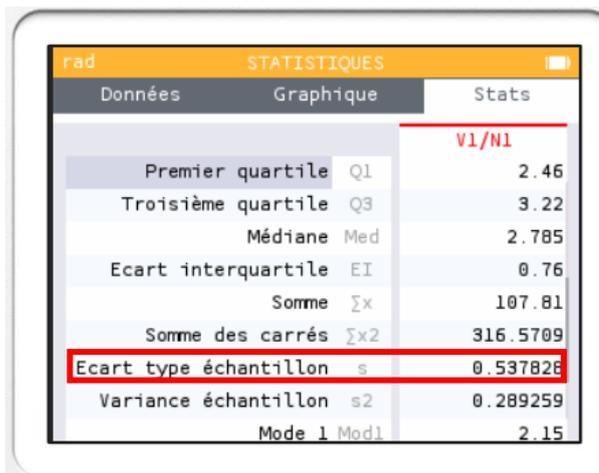
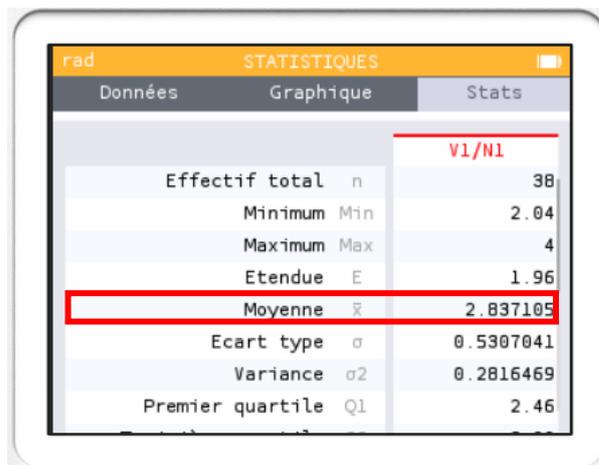
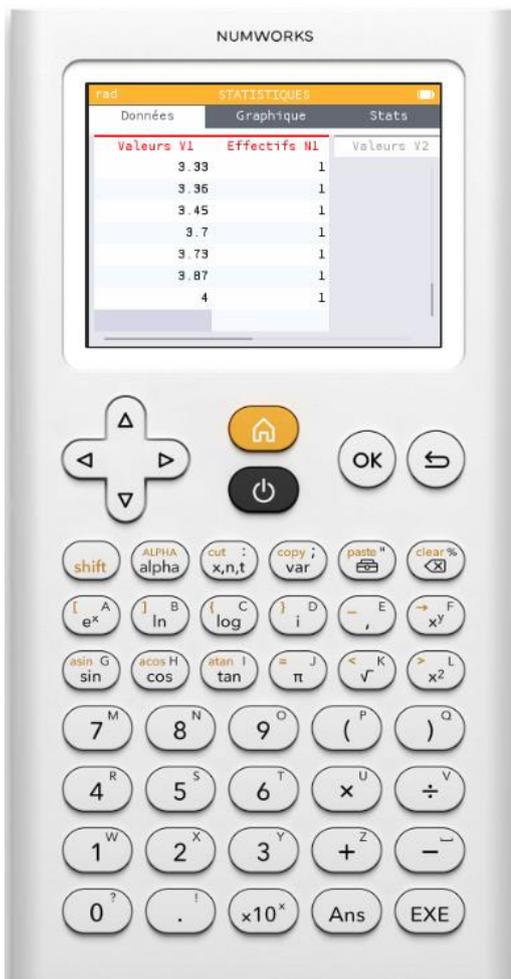


2. Calculez la moyenne de ces valeurs.

La moyenne est de **2,84** (voir calculatrice plus bas)

3. Évaluez l'écart-type pour ces mêmes valeurs.

L'écart-type est de **S_{exp} = 0,537828** (voir calculatrice)



4. Calculer l'incertitude-type (de type A) de ces valeurs indépendantes.

L'incertitude-type de ces valeurs indépendantes s'écrit :

$$u(A) = \frac{\sigma_{N-1}}{\sqrt{N}} \quad \text{ou} \quad u(A) = \frac{S_{\text{exp}}}{\sqrt{N}}$$
$$\text{AN : } u(A) = \frac{0,537828}{\sqrt{38}} \Rightarrow \boxed{u(A) = 0,087}$$

L'incertitude-type de ces valeurs est donc de 0,087.

5. Calculez l'incertitude élargie pour un intervalle de confiance de 95% puis écrire le résultat de l'absorbance.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
95%	12,71	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,36	2,31	2,26	2,23	2,20	2,18

k	13	14	15	16	17	18	19	20	50	100	500	1000
95%	2,16	2,14	2,13	2,12	2,11	2,10	2,09	2,09	2,01	1,98	1,96	1,96

Le nombre de mesures étant de 38 : $k_{95} = 2,02$ (proche de 50 mesures). L'incertitude élargie s'écrit donc :

$$U(A) = k \cdot u(A)$$
$$\text{AN : } U(A) = 2,02 \times 0,087$$
$$\boxed{U(A) = 0,18}$$

Pour écrire le résultat de l'absorbance, nous ne devons garder qu'un seul chiffre significatif à l'incertitude élargie en arrondissant au chiffre supérieur. On obtient donc le résultat suivant :

$$A = 2,84 \pm 0,2$$

L'incertitude portant sur le chiffre des dixièmes, cela n'a pas de sens de laisser le chiffre des centièmes pour l'absorbance. Finalement, le résultat s'écrit de la manière suivante :

$$\boxed{A = 2,8 \pm 0,2}$$

6. Ce résultat est-il en adéquation avec l'absorbance de la solution témoin ?

Ce résultat n'est pas en adéquation avec l'absorbance de la solution témoin qui était de $A_{\text{témoin}} = 2,28$.

Explications possibles :

- La balance n'est pas assez précise et a engendré de nombreuses erreurs de mesures ;
- Vous avez été de piètres expérimentateurs ;
- La solution témoin a été mal préparée (ce qui serait étonnant vu qu'un plus grand volume a été préparé, ce qui réduit les erreurs de mesure).

Exercice 2 : Dissolution

1. Vous devez préparer 250,0 mL d'une solution aqueuse de sulfate de cuivre dont la concentration en quantité de matière est de $2,00 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

a. Calculez la masse molaire du sulfate de cuivre CuSO_4 .

La masse molaire du sulfate de cuivre est la somme des masses molaires des atomes le constituant :

$$M(\text{CuSO}_4) = 1 \times M(\text{Cu}) + 1 \times M(\text{S}) + 4 \times M(\text{O})$$

$$\text{AN : } M(\text{CuSO}_4) = 1 \times 63,55 + 1 \times 32,07 + 4 \times 16,00$$

$$\Rightarrow \boxed{M(\text{CuSO}_4) = 159,62 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

La masse molaire du sulfate de cuivre est donc de $159,62 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

b. Quelle masse de sulfate de cuivre devez-vous prélever ?

Par définition de la quantité de matière :

$$n(\text{CuSO}_4) = \frac{m(\text{CuSO}_4)}{M(\text{CuSO}_4)} \quad \text{et} \quad n(\text{CuSO}_4) = C_{\text{CuSO}_4} \cdot V$$

On obtient donc :

$$\frac{m(\text{CuSO}_4)}{M(\text{CuSO}_4)} = C_{\text{CuSO}_4} \cdot V \Leftrightarrow m(\text{CuSO}_4) = M(\text{CuSO}_4) \cdot C_{\text{CuSO}_4} \cdot V$$

$$\text{AN : } m(\text{CuSO}_4) = 159,62 \times 2,00 \cdot 10^{-3} \times 250,0 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow m(\text{CuSO}_4) = 7,98 \cdot 10^{-2} \text{ g}$$

Données : $M(\text{Cu}) = 63,55 \text{ g/mol}$; $M(\text{S}) = 32,07 \text{ g/mol}$; $M(\text{O}) = 16,00 \text{ g/mol}$.

2. Vous devez préparer 250,0 mL d'une solution aqueuse de sulfate de cuivre dont la concentration en quantité de matière est de $2 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

a. Calculez la masse molaire du sulfate de cuivre CuSO_4 .

La masse molaire du sulfate de cuivre est la somme des masses molaires des atomes le constituant :

$$M(\text{CuSO}_4) = 1 \times M(\text{Cu}) + 1 \times M(\text{S}) + 4 \times M(\text{O})$$

$$\text{AN : } M(\text{CuSO}_4) = 1 \times 63,6 + 1 \times 32 + 4 \times 16,00$$

$$\Rightarrow \boxed{M(\text{CuSO}_4) = 160 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

La masse molaire du sulfate de cuivre est donc de $160 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

b. Quelle masse de sulfate de cuivre devez-vous prélever ?

Par définition de la quantité de matière :

$$n(\text{CuSO}_4) = \frac{m(\text{CuSO}_4)}{M(\text{CuSO}_4)} \quad \text{et} \quad n(\text{CuSO}_4) = C_{\text{CuSO}_4} \cdot V$$

On obtient donc :

$$\frac{m(\text{CuSO}_4)}{M(\text{CuSO}_4)} = C_{\text{CuSO}_4} \cdot V \Leftrightarrow m(\text{CuSO}_4) = M(\text{CuSO}_4) \cdot C_{\text{CuSO}_4} \cdot V$$

$$\text{AN : } m(\text{CuSO}_4) = 160 \times 2 \cdot 10^{-3} \times 250,0 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow m(\text{CuSO}_4) = 8 \cdot 10^{-2} \text{ g}$$

Données : $M(\text{Cu}) = 63,6 \text{ g/mol}$; $M(\text{S}) = 32 \text{ g/mol}$; $M(\text{O}) = 16,00 \text{ g/mol}$.

Exercice 3 : Dilution

1. Vous devez préparer un volume $V = 100,0 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse de sulfate de cuivre dont la concentration en quantité de matière est de $C = 2,00 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ à partir d'une solution mère dont la concentration est de $C_0 = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

a. Quel volume de solution mère devez-vous prélever ?

Lors d'une dilution, la quantité de matière de soluté ne varie pas. Dans ce cas :

$$n_{\text{mère}}(\text{CuSO}_4) = n_{\text{fille}}(\text{CuSO}_4)$$

$$\Rightarrow C_{\text{mère}}(\text{CuSO}_4) \cdot V_{\text{mère}} = C_{\text{fille}}(\text{CuSO}_4) \cdot V_{\text{fille}}$$

Avec les notations de l'énoncé :

$$C_0 \cdot V_{\text{mère}} = C \cdot V$$

$$\Rightarrow V_{\text{mère}} = \frac{C \cdot V}{C_0}$$

$$\text{AN : } V_{\text{mère}} = \frac{2,00 \cdot 10^{-3} \times 100,0 \cdot 10^{-3}}{1,00 \cdot 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{mère}} = 2,00 \cdot 10^{-2} \text{ L ou } 20,0 \text{ mL}$$

Pour préparer cette solution, je devrais donc prélever un volume de solution mère de 20,0 mL.

- b. Entre une pipette jaugée (précise à 0,05 mL) et une éprouvette graduée (précise à 1 mL), quel matériel pouvez-vous choisir d'utiliser (une des deux ou les deux) ?

D'après la réponse précédente, je dois prélever un volume de 20,0 mL de solution mère. Je dois donc être précis à 0,1 mL près au minimum. Pour cela, **je peux donc utiliser une pipette jaugée** qui est plus précise que 0,1 mL mais **je ne peux pas utiliser une éprouvette graduée** qui n'est pas assez précise (1 mL près).

2. Vous devez préparer un volume $V = 100,0 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse de sulfate de cuivre dont la concentration en quantité de matière est de $C = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ à partir d'une solution mère dont la concentration est de $C_0 = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

a. Quel volume de solution mère devez-vous prélever ?

Lors d'une dilution, la quantité de matière de soluté ne varie pas. Dans ce cas :

$$n_{\text{mère}}(\text{CuSO}_4) = n_{\text{fille}}(\text{CuSO}_4)$$

$$\Rightarrow C_{\text{mère}}(\text{CuSO}_4) \cdot V_{\text{mère}} = C_{\text{fille}}(\text{CuSO}_4) \cdot V_{\text{fille}}$$

Avec les notations de l'énoncé :

$$C_0 \cdot V_{\text{mère}} = C \cdot V$$

$$\Rightarrow V_{\text{mère}} = \frac{C \cdot V}{C_0}$$

$$\text{AN : } V_{\text{mère}} = \frac{2,0 \cdot 10^{-3} \times 100,0 \cdot 10^{-3}}{1,00 \cdot 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{mère}} = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ L ou } 20 \text{ mL}$$

Pour préparer cette solution, je devrais donc prélever un volume de solution mère de 20 mL.

- b. Entre une pipette jaugée (précise à 0,05 mL) et une éprouvette graduée (précise à 1 mL), quel matériel pouvez-vous choisir d'utiliser (une des deux ou les deux) ?

D'après la réponse précédente, je dois prélever un volume de 20 mL de solution mère. Je dois donc être précis à 1 mL près au minimum. Pour cela, **je peux donc utiliser une pipette jaugée ou une éprouvette graduée** qui sont assez précises dans ce cas (0,05 mL près ou 1 mL près respectivement).